

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ**

**ХАБАРОВСКОГО КРАЯ**

**Краевое государственное автономное**

**профессиональное образовательное учреждение**

**«Губернаторский авиастроительный колледж**

**г. Комсомольск-на-Амуре**

**Межрегиональный центр компетенции»**

Тема: «Многогранники»

Выполнил: \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Студент группы \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

**Содержание**

§1. Многогранник. Призма. Поверхность призмы. 4

* 1. Опорные факты 4
	2. Упражнения 5

1.3. Практическое решение задач. 12

1.4. Задачи для самостоятельного решения 17

§2. Пирамида. Поверхность пирамиды. 18

* 1. Опорные факты 18
	2. Упражнения 18
	3. Практическое решение задач. 27
	4. Задачи для самостоятельного решения 31

Список литературы и ЦОР 32

**§1. Многогранник. Призма. Поверхность призмы.**

* 1. **Опорные факты**

***Многогранниками*** называются тела, поверхности которых состоят из конечного числа многоугольников, назы­ваемых гранями многогранника. Стороны и вершины этих многоугольников называются соответственно ***ребрами*** и ***вершинами*** многогранника.

Многогранник называется ***выпуклым***, если он является выпуклой фигурой, т.е. вместе с любыми двумя своими точками содержит и соединяющий их отрезок.

На рисунке 1 приведены примеры выпуклых и невыпуклых многогранников.



Свойства выпуклых многогранников.

**Свойство 1.** В выпуклом многограннике все грани являются выпуклыми многоугольниками.

**Свойство 2.** Выпуклый многогранник может быть составлен из пирамид с общей вершиной, основания которых образуют поверхность многогранника.

**Свойство 3**. Выпуклый многогранник лежит по одну сторону от плоскости каждой своей грани.

**Теорема Эйлера.** Для любого выпуклого многогранника имеет место равенство

В - Р + Г = 2,

где В - число вершин, Р - число ребер и Г - число граней данного мно­гогранника.

**Свойство 4.** В любом выпуклом многограннике найдется грань с числом ребер меньшим или равным пяти.

**Обозначения:**

*V* — объем;

*S*полн — площадь полной поверхности;

*S*бок — площадь боковой поверхности;

*S*о — площадь основания;

*P*о — периметр основания;

*P*о — периметр перпендикулярного сечения;

*l* — длина ребра;

*h* — высота.

**Призма** — многранник, **две грани** которого — **равные многоугольники**, расположенные в параллельных плоскостях, а **остальные — параллелограммы**.



**Параллелепипед** — призма, основание которой — **параллелограмм**.
Параллелепипед имеет шесть граней и все они — **параллелограммы**.



**1.2. Упражнения**

**1. Ответьте на вопросы.**

1. На рисунке 1 укажите выпуклые и невыпуклые многогранники.

выпуклые \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_; невыпуклые \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

2. На рисунке 1 укажите невыпуклый многогранник, у которого все грани являются выпуклыми многоугольниками.

3. Верно ли, что объединение выпуклых многогранников является выпуклым многогранником?

4. Может ли число вершин многогранника равняться числу его граней? У какого многогранника это возможно?

**2. Выполните чертеж выпуклого многогранника и закончите предложения.**

**Многогранник -**  это геометрическое тело, поверхность которого состоит

Многогранник называется **выпуклым**, если он расположен

**3. Выполните чертеж наклонной четырехугольной призмы, обозначьте ее и запишите:**

вершины \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

основания \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

боковые ребра \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

боковые грани \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

противоположные грани \_\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

**4. Закончите предложения**.

1. Высотой призмы называется

2. диагональю призмы называется

3. Диагональным сечением призмы называется сечение плоскостью, проходящей через

4. Призма называется наклонной, если

5. Призма называется прямой, если

6. Призма называется правильной, если

7. Боковой поверхностью призмы называется

8. Параллелепипедом называется

9. прямоугольным параллелепипедом называется

10. Кубом называется

11. Примеры моделей призмы и параллелепипеда из Вашей профессии

**5. Выполните задания.**

1. Среди изображенных тел выберите номера тех, которые являются призмами.



 1 2 3 4 5 6 7 8

Ответ:

2. Среди изображенных тел выберите номера тех, которые являются параллелепипедами.

 1 2 3 4 5 6 7 8

Ответ:

3. Начертите прямую четырехугольную призму. Обозначьте:

А) две диагонали грани

Б) две диагонали призмы

Постройте два диагональных сечения

4. В прямоугольном параллелепипеде ABCDA1B1C1D1 постройте сечение, проходящее через вершины А; В1; С.

*Поясните свои рассуждения*

5. ABCDA1B1C1D1 – куб; P$\in $DD1; K$\in $B1C1.

*Постройте точки пересечения прямых:*

А) А1Р с плоскостью АВС

Б) СК с плоскостью АВВ1

 А

 А1

В

 С

 В1

 С1

 D

 D1

6. Проведите сечение треугольной наклонной призмы, проходящее через середины боковых ребер. Как расположено это сечение по отношению к плоскости основания? Какая фигура получиться в сечении?

*Поясните свои рассуждения*

**6. Ответьте на вопросы.**

1. Какие многоугольники лежат в основаниях призмы?

2. Какими отрезками являются боковые ребра призмы?

3. Какими фигурами являются боковые грани призмы?

4. Что представляет собой диагональное сечение призмы?

5. Какими фигурами являются все грани параллелепипеда?

6. Какими фигурами являются все грани прямоугольного параллелепипеда?

7. Сколько измерений у прямоугольного параллелепипеда?

8. Что является высотой прямой призмы?

9. Какие многоугольники являются основанием и боковой гранью пятиугольной призмы?

10. Призма имеет 30 граней. Какой многоугольник лежит в ее основании?

11. Будет ли сечение, перпендикулярное боковому ребру призмы, перпендикулярно к ее боковой грани? *Ответ обоснуйте*

12. В какой призме боковые ребра параллельны ее высоте?

13. Если все ребра призмы равны, то будет ли она правильной? *Ответ обоснуйте*

14. Существует ли призма, у которой только одна баковая грань перпендикулярна основанию? *Ответ обоснуйте*

**7. Выполните задания.**

1. Начертите прямую призму, в основании которой лежит прямоугольник
2. Напишите название грани, которая является нижним основанием призмы
3. Напишите одну пару параллельных ребер
4. сколько в данной призме пар взаимно перпендикулярных ребер?
5. Выделите на чертеже штриховкой одну пару параллельных граней
6. Запишите отрезок, который является высотой призмы
7. Запишите одну пару равных граней призмы
8. Начертите диагональ призмы
9. Вычислите площадь полной поверхности призмы, если стороны основания призмы равны 5 и 7 см., а боковое ребро – 9 см.

*Решение:*

2.

3.

4.

6.

7.

9.

10.

1. Вычислите объем призмы

**8. Докажите.**

1. ABCDA1B1C1D1 - куб. Докажите, что сечение D1AC – равносторонний треугольник.

*Доказательство:*

2. Докажите, что площадь полной поверхности правильной призмы вычисляется по формуле $S=P∙(h+r)$, где Р – периметр основания, h – высота, r радиус вписанной в основание окружности.

*Доказательство:*

3. В кубе ABCDA1B1C1D1 точка М – середина ребра АА1, точка N – середина диагонали B1D. Докажите, что MN┴AA1 и MN┴B1D

*Доказательство:*

**9. Заполните пропуски, чтобы утверждение было верным.**

1. В выпуклом многограннике сумма всех плоских углов при каждой его вершине \_\_\_\_\_\_\_ (>,<,=) 3600.

2. У параллепипеда противоположные грани \_\_\_\_\_\_\_\_ и \_\_\_\_\_\_\_\_\_.

3. Диагонали параллелепипеда пересекаются

 \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ и .

4. В прямоугольном параллелепипеде квадрат любой диагонали равен

5. Площадью полной поверхности призмы называется сумма

6. Площадью боковой поверхности призмы называется

7. Площадь боковой поверхности прямой призмы равна произведению

8. Все двугранные углы при боковых гранях прямой призмы

9. Правильная четырехугольная призма, высота которой равна стороне основания называется

10. Линия пересечения двух диагональных сечений куба

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ двум его граням.

*Ответ поясните рисунком и соответствующими записями.*

**10. Выберите верный ответ из числа предложенных.**

1. Чему равна площадь боковой поверхности куба с ребром 10 см?

а) 40см2; б) 400см2; в) 100см2; г) 400см.

2. Чему равна площадь полной поверхности куба с ребром 6 см?

а) 36см2; б) 144см2; в) 216см2; г) 144см.

3. Чему равна площадь боковой поверхности правильной четырехугольной призмы, если ее высота *h*, сторона основания *a*?

а) *ha*; б) *4ah*; в) 42*h*; г) 4(*a+h*).

4. Чему равна площадь полной поверхности куба, если его диагональ равна d?

а) 2d2; б) 6d2; в) 3d2; г) 4d.

5. Прямоугольный параллелепипед имеет три измерения, равные a=5см; b=8см; h=10см. Какова площадь его полной поверхности?

а) 400см2; б) 160см2; в) 280см2; г) 340см2.

6. Сколько всего диагоналей можно провести в четырехугольной призме?

а) 2; б) 4; в) 6; г) 8.

**1.3. Практическое решение задач.**

**1. Ознакомьтесь с условием задачи и разберите ее решение.**

*В основании прямой призмы лежит равнобедренный треугольник с основанием, равным 6см., и углом при вершине 1200. Диагональ боковой грани, содержащей основание равнобедренного треугольника, равна 10см. Найдите площадь боковой поверхности призмы.*

А1

А

С1

С

В

В1

К

10

6

1

2

Дано: АВСA1B1C1 – прямая

призма,

ΔАВС – равнобедренный,

∠B=1200, AC=6см., А1С=10см.

Найти: Sбок.п.

Решение.

1. В плоскости$α=(А, В, С)$ рассмотрим ΔАВС. Проведем ВК⟘АС.
2. АК=КС, ∠1=∠2 (свойство высоты равнобедренного треугольника)
3. Рассмотрим ΔАКВ – прямоугольный. $\frac{АК}{АВ}=sin60°$$

$$AB=\frac{AK}{sin60°}; AB=3:\frac{\sqrt{3}}{2}=2\sqrt{3} \left(см\right).$$

1. Рассмотрим ΔАА1С – прямоугольный.

$$АА\_{1}=\sqrt{А\_{1}С^{2}-АС^{2}} \left(по теореме Пифагора\right)$$

$$АА\_{1}=\sqrt{100-36}=\sqrt{64}=8 \left(см\right).$$

1. Sбок.п.=РΔАВС·АА1=(2АВ+АС)·АА1;

Sбок.п=$\left(2∙2\sqrt{3}+6\right)∙8=32\sqrt{3}+48 \left(см^{2}\right).$

Ответ: Sбок.п=($32\sqrt{3}+48) см^{2}.$

**2. Проанализируйте решение задачи и допишите в приведенном решении нужные обоснования.**

*В правильной четырехугольной призме диагональ равная 6см., образует с плоскостью основания угол, равный 300. Найдите: а) высоту призмы; б) объем призмы.*

 А

А1

В

 С

 В1

 С1

 D

 D1

6

Дано: АВСDA1B1C1D1 – правильная призма,

B1D=6см., ∠(B1D,$α$)=300

Найти: а) В1В; б)Vпр.

Решение.

1. BD – проекция B1D, следовательно ∠ B1DВ – угол между диагональю B1D и плоскостью основания (по определению). ∠ B1DВ=300.
2. Δ B1DВ – прямоугольный, т.к.

1. B1В – катет, лежащий против угла 300.

$В\_{1}В=\frac{1}{2}В\_{1}D$*, т.к.*

 B1В=3 (см)

1. BD=B1D·cos300, т.к.

 $BD=3\sqrt{3}$(см).

1. АВСD – т.к.

1. ΔABD – прямоугольный и равнобедренный, BD2=2AD2, т.к.

$$AD^{2}=\frac{BD^{2}}{2}, AD=\frac{BD}{\sqrt{2}}=\frac{3\sqrt{3}}{2}=1,5\sqrt{6} (см^{3})$$

1. $V\_{пр.}=S\_{осн.}∙ВВ\_{1}=\frac{BD^{2}}{2}∙ВВ\_{1}; V\_{пр.}=\frac{27}{2}∙3=40,5 \left(см^{3}\right).$

Ответ: ВВ1=3 см.; Vпр.=40,5 см3.

**3. Ознакомьтесь с условием задачи и запишите ее решение по указанному плану.**

*В основании прямой призмы лежит прямоугольный треугольник АВС (*∠*С – прямой) с острым углом α и гипотенузой с. Найдите угол, образованный плоскостью нижнего основания призмы и плоскостью, проходящей через катет АС и вершину В1 верхнего основания, если высота призмы равна h.*

Дано: АВСA1B1C1 – прямая призма,

АВ=с, ВВ1=h, ∠А=α.

Найти: ∠(γ, (АС, В1)).

А1

А

С1

С

В

В1

h

α

γ

Решение

1.

1.

1.

1.

1.

План

1. Постройте сечение проходящее через АС и В1. Плоскость обозначьте β.
2. Постройте линейный угол между плоскостями β и γ. Помните, что ∠С – прямой.
3. Найдите катет ВС.
4. Найдите тангенс построенного линейного угла.
5. Запишите искомый угол.

Ответ:\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

**4. Решите задачи.**

1. В прямоугольном параллелепипеде стороны основания равны 25 и 3. Диагональ параллелепипеда образует с плоскостью основания угол в 450. Найдите боковое ребро параллелепипеда.

Дано:

Найти:

Решение

Ответ:

2. Сторона основания правильной треугольной призмы равна 8 см, боковое ребро – 15 см. Найдите периметр и площадь сечения, проходящего через сторону верхнего основания и противолежащую вершину нижнего основания.

Дано:

Найти:

Решение

Ответ:

3. Диагональ основания правильной четырехугольной призмы равна 16 см, а диагональ боковой грани – 8 см. Найдите диагональ призмы.

Дано:

Найти:

Решение

Ответ:

**5. Выполните задания.**

1. Составьте задачу на нахождение объема правильной призмы. Решите её.

Задача:

Дано:

Найти:

Решение

Ответ:

2. Составьте задачу на нахождение объема прямой призмы. Решите её.

Задача:

Дано:

Найти:

Решение

Ответ:

**1.4. Задачи для самостоятельного решения.**

1. Дана прямая четырехугольная призма со сторонами основания 4 и 6 см. Боковое ребро призмы равно 12 см. Вычислите Sполн.  и V призмы
2. Дана прямая четырехугольная призма со сторонами основания 5 и 7 см. Боковое ребро призмы равно 8 см. Вычислите диагональ призмы.
3. Дан прямоугольный параллелепипед с измерениями 5, 7, и 10 см. Найдите диагональ параллелепипеда.
4. Боковое ребро наклонной треугольной призмы, равное 10 см., наклонено к плоскости основания под углом 600. Вычислите высоту призмы.
5. Дана прямая четырехугольная призма со сторонами основания 6 и 5 см. Боковое ребро призмы равно 12 см. Вычислите диагональ призмы и ее объем

**§2. Пирамида. Поверхность пирамиды.**

**2.1. Опорные факты**

**Пирамида** — многранник, у которого одна грань *n*-угольник — **основание пирамиды**, а остальные боковые грани — треугольники с общей вершиной — **вершиной пирамиды**.

****

где *k* — апофема

Если в пирамиде провести сечение параллельное основанию, то **тело**, ограниченное этим сечением, основанием, и заключенной между ними боковой поверхностью пирамиды, **называется** **усеченной пирамидой**.


где *S*1 и *S*2 — площади оснований


где *α* — двугранный угол при

ребре нижнего основания.

**2.2. Упражнения**

**1. Выполните чертеж четырехугольной пирамиды, обозначьте ее и запишите:**

вершины \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

боковые ребра \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

боковые грани \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

основание\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

**2. Закончите предложения.**

1. Высотой пирамиды называется

2. Пирамида называется правильной, если

3. Апофемой правильной пирамиды называется

4. Площадью полной поверхности пирамиды называется

5. Площадью боковой поверхности пирамиды называется

6. Усеченная пирамида – нижний многогранник, отсекаемый от пирамиды плоскостью, параллельной

7. Усеченная пирамида называется правильной, если она получена сечением правильной пирамиды плоскостью

8. Диагональное сечение пирамиды – сечение плоскостью, проходящей через два несоседних

9. Выпуклый многогранник называется правильным, если

10. Примеры моделей пирамиды и правильных многогранников из Вашей профессии:

**3. Ответьте на вопросы:**

1. Сколько сторон основания, боковых ребер, вершин имеет семиугольная пирамида?

2. В какие отрезки проектируются боковые ребра и апофемы правильной пирамиды при ортогональной проектировании их на плоскость основания?

*Ответ поясните рисунком и соответствующими записями.*

3. Сколько оснований у усеченной пирамиды?

1. Какие многоугольники лежат в основаниях правильной усеченной шестиугольной пирамиды?

1. Сколько боковых граней у шестиугольной пирамиды?

1. Как называется точка пресечения всех боковых ребер пирамиды?

1. В каком взаимном расположении находятся ребро основания и апофема пирамиды?

1. Какая фигура может лежать в основании прямой четырехугольной пирамиды?

1. Из каких фигур состоит пирамида?

1. Сколько боковых ребер и сторон основания у десятиугольной пирамиды?

1. Сколько боковых ребер и сторон основания у семиугольной усеченной пирамиды?

1. Сколько (и какие) виды правильных выпуклых многогранников Вы знаете?

1. Какое наименьшее число ребер, граней, вершин имеет правильный многогранник?

Как он называется?

1. Всякий ли параллелограмм может быть основанием правильной пирамиды? *Ответ поясните*

1. Может ли правильный многоугольник быть основанием неправильной пирамиды? *Ответ поясните*

1. Что представляют собой сечения пирамиды плоскостями, проходящие через ее вершину?

*Ответ поясните рисунком и соответствующими записями.*

1. Боковое ребро пирамиды перпендикулярно к одной стороне основания. Можно ли принять это ребро за высоту пирамиды?

*Ответ поясните рисунком и соответствующими записями.*

1. Какой фигурой является диагональное сечение усеченной пирамиды?

*Ответ поясните рисунком и соответствующими записями.*

1. Основанием треугольной пирамиды является равносторонний треугольник. Одна из боковых граней ее перпендикулярна к плоскости основания. Является ли данная пирамида правильной?

*Ответ поясните рисунком и соответствующими записями.*

**4. Выполните задания.**

1. Среди изображенных тел выберите номера тех, которые являются пирамидами.

 1 2 3 4 5 6 7

Ответ:

2. SABCD – правильная четырехугольная пирамида. Проведите высоту SO. Как определить угол между боковым ребром пирамиды и плоскостью основания? Чему равен этот угол, если предположить, что высота SO вдвое меньше бокового ребра?

*Ответ поясните*

3. Сделайте рисунок пятиугольной усеченной пирамиды, обозначьте ее и запишите:

а) боковые ребра

б) основания

4. В правильной треугольной пирамиде проведите сечение через высоту и боковое ребро.

*Поясните рассуждения.*

5. Проведите диагональное сечение в правильной четырехугольной усеченной пирамиде.

*Поясните рассуждения.*

6. Поясните, что является осью симметрии:

а) квадрата

б) окружности

в) правильного треугольника

г) параллелограмма

д) ромба

**5. Заполните пропуски, чтобы утверждение было верным.**

1. Каждая точка высоты правильной пирамиды равноудалена от всех \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ основания.

2. Боковыми гранями правильной пирамиды являются

3. Площадь боковой поверхности правильной пирамиды равна произведению полупериметра основания на

4. Площадь боковой поверхности правильной усеченной пирамиды равна произведению полусуммы периметров оснований на

5. Боковыми гранями правильной усеченной пирамиды являются

6. Каждая точка высоты правильной пирамиды равноудалена от всех \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ граней.

7:У правильной пирамиды:

а) боковые грани

б) боковые ребра

в) двугранные углы при основании

г) двугранные углы при боковых ребрах

д) апофемы

8. Диагональное сечение усеченной пирамиды – сечение ее плоскостью, проходящей через два

боковых ребра пирамиды.

**6. Выберите верный ответ из числа предложенных.**

1. Чему равна высота правильной треугольной пирамиды со стороной основания *a* и боковым ребром *b*?

а) $h=\sqrt{b^{2}+3a^{2}}$; б) $h=\sqrt{b^{2}-\frac{a^{2}}{3}}$; в) $h=\sqrt{3b^{2}-a^{2}}$

2. Чему равна сторона основания правильной шестиугольной пирамиды, если ее высота h и боковой ребро b?

а) $a=\sqrt{2b^{2}-h^{2}}$; б) $a=\sqrt{b^{2}+h^{2}}$; в) $a=\sqrt{b^{2}-h^{2}}$

3. Сколько плоскостей симметрии имеет правильная четырехугольная пирамида?

а) 1; б) 3; в) 4

4. Выберите правильную формулу для нахождения площади полной поверхности правильной пирамиды

а) $S=Ph+S\_{осн}$; б) $S=\frac{Pl}{2}+S\_{осн}$; в) $S=Pl+S\_{осн}$,

где h – высота,  *l* – апофема, P – периметр основания

5. Чему равна апофема правильной шестиугольной пирамиды со стороной основания *a* и высотой *h*?

а) $l=\sqrt{\frac{3}{4}a^{2}+h^{2}}$; б) $l=\sqrt{3a^{2}+h^{2}}$; в) $l=\sqrt{a^{2}+h^{2}}$

6. Чему равна апофема правильной треугольной пирамиды со стороной основания *a* и боковым ребром *b*?

а) $l=\sqrt{b^{2}-3a^{2}}$; б) $l=\sqrt{b^{2}-\frac{a^{2}}{4}}$; в) $l=\sqrt{b^{2}+3a^{2}}$

7. Чему равна апофема правильной четырехугольной пирамиды со стороной основания *a* и высотой *h*?

а) $l=\sqrt{a^{2}+h^{2}}$; б) $l=\sqrt{h^{2}-a^{2}}$; в) $l=\sqrt{h^{2}+\frac{a^{2}}{4}}$

8. Чему равна высота правильной шестиугольной пирамиды со стороной основания *a* и боковым ребром *b*?

а) $h=\sqrt{b^{2}-a^{2}}$; б) $h=\sqrt{b^{2}+a^{2}}$; в) $h=\sqrt{2b^{2}-a^{2}}$

9. Имеет ли правильная пятиугольная пирамида ось симметрии?

а) да; б) нет.

**7. Выполните задание.**

1. Постройте правильную пирамиду и выделите угол между одним из ее боковых ребер и плоскостью основания.

2. Постройте произвольную пирамиду, в основании которой лежит квадрат. Можно ли еще построить пирамиды с этим же основанием? Если да, то сколько? Ответ аргументируйте чертежом.

3. Постройте правильную треугольную пирамиду. Выпишите все ребра, которые пересекаются с основанием пирамиды.

4. Постройте четырехугольную пирамиду. Постройте отрезки, соединяющие середины боковых ребер пирамиды. Выпишите все пары параллельных отрезков.

5. Постройте правильную четырехугольную пирамиду. Выпишите все грани, которые пересекаются с основанием пирамиды.

6. Постройте четырехугольную пирамиду, одно ребро которой перпендикулярно плоскости основания.

7. Постройте треугольную пирамиду, одна грань которой перпендикулярна плоскости основания.

**8. Докажите.**

1. Если в пирамиде все боковые ребра равны, то вершина ее проецируется в центр описанной около основания окружности.

*Доказательство:*

2. Докажите, что если боковые ребра пирамиды равны между собой, то они составляют равные углы с плоскостью основания.

*Доказательство:*

**2.3. Практическое решение задач.**

**1. Ознакомьтесь с условием задачи и разберите ее решение.**

*В правильной четырехугольной пирамиде высота равна 4 см., а боковое ребро – 5 см. Найдите угол, образованный боковым ребром с плоскостью основания.*

В

А

С

D

S

O

4

5

α

Дано: SАВСD – правильная

пирамида,

SO⟘(A,B,C)

SO=4см. SD =5см.

Найти: ∠(SD,α)

Решение.

1. SD - - наклонная к α, SO ⟘α, значит ОD – проекция SD на плоскость α (ОD= прα SD).
2. ∠(SD,α)=∠ SDО (по определению).
3. SO⟘α, ОD$\in $α, следовательно, SO⟘ОD (по определению прямой, перпендикулярной плоскости).
4. Δ SOD – прямоугольный (по п.3).4

$$\sin(∠SOD=\frac{SO}{SD}; ) \sin(∠SOD=\frac{4}{5}; ) ∠SOD=arcsin\frac{4}{5}$$

Ответ: $∠SOD=arcsin\frac{4}{5}$

**2. Проанализируйте решение задачи и допишите в приведенном решении нужные обоснования.**

*В правильной четырехугольной пирамиде высота равна 7 см., а боковое ребро образует с плоскостью основания угол, равный 450. Найдите боковое ребро пирамиды.*

Дано: SKMPL – правильная

пирамида,

SO⟘(K,M,P)

SO=7см. ∠(SL,β)=450.

Найти: SL

K

L

M

P

S

O

7

β

Решение.

1. LO – проекция SL на плоскость β (LO=прβ SL),

т.к.

2. ∠(SL,β)=∠ SLО, т.к.

3. SO⟘LО, т.к.

4. Δ SОL – прямоугольный, т.к.

5. $\sin(∠SLO=\frac{SO}{SL}; ) SL=\frac{SO}{\sin(∠SLO )} $

 SL=

Ответ: SL=

**3. Ознакомьтесь с условием задачи и запишите ее решение по указанному плану.**

*В правильной четырехугольной пирамиде боковое ребро, равное 10 дм., образует с плоскостью основания угол равный 600. Найдите высоту пирамиды.*

Дано: SMNQF – правильная

пирамида,

SO⟘(M,N,Q)

SQ=10 дм. ∠(SQ,γ)=600.

Найти: SО

F

M

Q

N

S

O

10

γ

Решение

1.

1.

1.

План

1. Укажите угол, образованный ребром и плоскостью γ.
2. Укажите треугольник содержащий данные условия задачи, определите его вид
3. Найдите неизвестную сторону треугольника.

Ответ:

**4. Решите задачи.**

1. Апофема пирамиды равна 5см., а высота 4см. Найдите площадь полной поверхности пирамиды

Дано:

Найти:

Решение

Ответ:

1. Основанием пирамиды DABC является правильный треугольник ABC, сторона которого равна a. Ребро DA перпендикулярно к плоскости ABC, а плоскость DBC составляет с плоскостью ABC угол 30°. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.

Дано:

Найти:

Решение

Ответ:

1. Основанием пирамиды MABCD является квадрат ABCD, ребро MD перпендикулярно к плоскости основания, AD = DM = a. Найдите площадь поверхности пирамиды.

Дано:

Найти:

Решение

Ответ:

**5. Выполните задания.**

1. Составьте задачу на нахождение объема прямой пирамиды. Решите её.

Задача:

Дано:

Найти:

Решение

Ответ:

2. Составьте задачу на нахождение объема правильной пирамиды. Решите её.

Задача:

Дано:

Найти:

Решение

Ответ:

**2.4. Задачи для самостоятельного решения.**

1. Дана правильная четырехугольная пирамида со стороной основания 4см. высота пирамиды равна 5 см. Найдите боковое ребро пирамиды и ее объем
2. В основании пирамиды лежит прямоугольник со сторонами 3см. и 4см. Высота пирамиды равна 8 см. Найдите площадь полной поверхности пирамиды.
3. Основанием пирамиды служит равнобедренный треугольник, у ко­торого основание равно 12см., а боковая сторона - 10см. Боковые грани образуют с основанием равные двугранные углы, содержащие по 45°. Найдите высоту пирамиды.
4. Высота пирамиды равна Н. На каком расстоянии от вершины на­ходится сечение, параллельное основанию и делящее ее объем попо­лам.
5. Высота и апофема правильной четырехугольной пирамиды соответственно равны 4 и 17 см. Вычислите объем пирамиды.
6. Высота и апофема правильной четырёхугольной пирамиды соответственно равны 8 и 10 см. Найдите площадь полной поверхности пирамиды.

**Список литературы и ЦОР.**

1. Алешина Т.Н. Обучающие и проверочные задания. Геометрия 10 класс.. – М: Интеллект – Центр. 2005 – 108с.
2. Геометрия. 10-11 классы: учеб. для общеобразоват. учреждений: базовый и профильный уровни / [Л.С.Атанасян, В.Ф.Бутузов, С.Б.Кадоменцев и др.]. – 18-е изд.. – М.: Просвещение, 2009. – 255с.: ил. – ISBN 978-5-09-020368-5.
3. Денищева Л.О., Михеева Т.Ф. Учимся решать задачи. Геометрия 10-11 классы. – М: Интеллект – Центр. 1998 – 64с.
4. Сумина Г.Н. Решение задач по теме «Пирамида и призма»: пособие для учащихся. – Комсомольск-на-Амуре: Изд-во Амурскрго гуманит.-пед. ун-та, 2007. – 59с.
5. <http://cor.edu.27.ru/>
6. <http://www.school.edu.ru/default.asp>